

ENSEÑANZA DEL CONCEPTO DE NÚMEROS DECIMALES Y SUS OPERACIONES DESDE LAS ETAPAS REAL O CONCRETA, GRÁFICA Y SIMBÓLICA

CONCEPT TEACHING DECIMAL NUMBERS AND OPERATIONS FROM THE REAL STAGES OR CONCRETE, GRAPHICS AND SYMBOLIC



Graciela Wagner O.¹, Heiller Gutiérrez Z.², Liliana Patricia Ospina M.³

¹. Docente Universidad del Quindío. E-mail: gwagner@uniquindio.edu.co

². Docente Universidad del Quindío. E-mail: hgutierrez@uniquindio.edu.co

³. Docente Universidad del Quindío. E-mail: lpospina@uniquindio.edu.co

Recibido: 20 Noviembre de 2015

Aceptado: 8 Marzo de 2016

*Correspondencia del autor: Graciela Wagner O. E-mail: gwagner@uniquindio.edu.co

RESUMEN

Este artículo es el resultado de una investigación¹ realizada por docentes pertenecientes al Grupo de Investigación en Educación Matemática de la Universidad del Quindío (GEMAUQ), que se fundamentó en la comprensión del campo conceptual de las operaciones con números decimales, en el manejo de los instrumentos del conocimiento y en la ejecución de las operaciones intelectuales, con estudiantes de grado sexto. El trabajo de investigación propende por el desarrollo mental del estudiante en el aspecto matemático de las operaciones con números decimales, y el desarrollo de los procesos que involucran la construcción del conocimiento matemático. El objetivo de la investigación fue diseñar e implementar una estrategia didáctica desde las etapas real o concreta, gráfica y simbólica, que contribuya al Desarrollo del pensamiento matemático en el campo conceptual de las operaciones con números decimales en los estudiantes del grado sexto de las Instituciones educativas oficiales del departamento del Quindío. La estrategia didáctica se desarrolló a través de tres etapas: la real o concreta, la gráfica y la simbólica. La etapa real consiste en la manipulación de material concreto donde los estudiantes tienen la experiencia física conducente a adquirir habilidades; es decir se actúa sobre objetos para obtener un conocimiento por abstracción a partir de estos mismos objetos. En la etapa gráfica los estudiantes representan a través de figuras los temas trabajados en la etapa real o concreta. En la etapa simbólica se busca que los estudiantes representen simbólicamente los temas conceptualizados. Por último los estudiantes se enfrentan a situaciones problemáticas donde después de haber conceptualizado dan solución matemática a la situación presentada. Con la estrategia planteada en la investigación desde las tres etapas se logró que los estudiantes alcanzaran un desarrollo de pensamiento y la apropiación del concepto de números decimales y sus operaciones.

Palabras claves: Números Decimales, Campo Conceptual, Estrategia Didáctica, Desarrollo de Pensamiento.

¹Proyecto de investigación: "Desarrollo del Pensamiento Matemático en el Campo Conceptual de las Operaciones con Números Decimales", desarrollado por docentes perteneciente al Grupo de Investigación en Educación Matemática de la Universidad del Quindío (GEMAUQ)

ABSTRACT

This article is the result of an investigation conducted by teachers belonging to the Group for Research in Mathematics Education at the University of Quindío (GEMAUQ), which was based on the understanding of the conceptual field operations with decimals, in handling instruments knowledge and execution of intellectual operations, with sixth grade students. The research aims for the mental development of the student in the mathematical aspect of operations with decimal numbers, and the development of processes involving the construction of mathematical knowledge. The target of the research was to design and implement an educational strategy from the real or concrete, graphic and symbolic step that contributes to the development of mathematical thinking in the conceptual field of operations with decimal numbers in the sixth grade students of educational institutions Quindío department officials. The teaching strategy was developed through three stages: the real or concrete, graphic and symbolic. The actual stage involves the manipulation of concrete material where students have the physical experience conducive to acquire skills; that is, it acts on objects for knowledge by abstraction from these same objects. In the graphic stage students through figures represent the issues discussed in real or concrete stage. In the symbolic stage it is intended that students symbolically represent conceptualized issues. Finally students face situations problems after conceptualized give mathematical solution to the situation presented. With the strategy set out in the investigation from the three stages it was achieved that students reach a development of thought and the appropriation of the concept of decimal numbers and operations.

Keywords: Decimal numbers, conceptual field, educational strategy, development of thinking

INTRODUCCIÓN

El proyecto Desarrollo del Pensamiento Matemático se fundamenta en la comprensión del campo conceptual de las operaciones con números decimales, en el manejo de los instrumentos del conocimiento y con ello en la ejecución de las operaciones intelectuales, en los Estudiantes del grado sexto.

La educación actual requiere de personas con capacidad crítica, analítica, reflexiva y esto se logra a través del desarrollo del pensamiento. Una persona con un desarrollo intelectual alto está capacitada para interpretar, argumentar, proponer, plantear y resolver problemas en diferentes contextos, por tanto para la adquisición del sentido numérico es necesario proporcionar situaciones significativas para los estudiantes.

El trabajo de investigación que se plantea propende por el desarrollo del pensamiento matemático del estudiante en las operaciones con números decimales, evidenciado por su capacidad de relación, de análisis, de comprensión, de procesos, de abstracción, de síntesis, de generalización y en el desarrollo de los procesos que involucran la construcción del conocimiento matemático.

En la investigación desarrollada se utilizaron como

referentes teóricos los conceptos propios de la aritmética, la geometría, abordados desde los conceptos previos², las etapas –real o concreta, gráfica y simbólica, y la resolución de problemas que apuntan a despertar en los estudiantes el interés por los temas abordados, mostrar la pertinencia y aplicación de los conceptos en el contexto, lograr que los estudiantes progresen en su forma de razonar y analizar los temas objeto de estudio, con el fin de que desarrollen pensamiento matemático.

METODOLOGÍA

Se realizó una investigación de tipo experimental, además exploratoria por cuanto se inicia la implementación de una estrategia didáctica que sirva de ayuda a los estudiantes en las dificultades encontradas al abordar las operaciones con números decimales y reconocer hasta dónde la estrategia permite comprender con mayor claridad la temática tratada. Esta estrategia fue validada en:

- Dos proyectos de investigación anteriores, “Desarrollo del pensamiento matemático en el campo conceptual de la suma de números racionales (año 2007)” y “Desarrollo del pensamiento matemático

² Según Ausubel (1983) el aprendizaje debe ser significativo, no memorístico, y para ello los nuevos conocimientos deben relacionarse con los saberes previos que posea el aprendiz.

co en el campo conceptual de la multiplicación de números racionales (año 2008)” cuyas temáticas guardan estrecha relación con el tema de este artículo. Estos proyectos fueron desarrollados por integrantes del grupo GEMAUQ

- Cursos que de perfeccionamiento docente, orientados por integrantes del grupo GEMAUQ a los docentes de las secretarías de Educación Municipal de Armenia y Departamental del Quindío.
- Trabajo de grado orientado por la docente Liliana Patricia Ospina Marulanda a los estudiantes de Licenciatura en Matemáticas Luis Fernando Vasquez Díaz y Freddy Alexander Cubides Castro, denominado: “Estrategia didáctica de enseñanza orientada desde las fases concreta, gráfica y simbólica para el aprendizaje significativo del concepto de potenciación con números naturales”.

La estrategia didáctica se desarrolló a través de tres etapas: la real o concreta, la gráfica y la simbólica. La etapa real consiste en la manipulación de material concreto donde los estudiantes tienen la experiencia física conducente a adquirir habilidades; es decir se actúa sobre objetos para obtener un conocimiento por abstracción a partir de estos mismos objetos. según Ausubel (1983) citado por Woolfolk (1986, pag. 291):

Se necesita que los estudiantes manipulen ideas mentalmente, aunque sean muy simples y basadas en relaciones físicas como objetos; es importante también que los estudiantes representen en figuras o gráficos las experiencias con material concreto, y posteriormente trabajen la parte simbólica.

En la etapa gráfica los estudiantes representan a través de figuras los temas trabajados en la etapa real o concreta. Según López (2005):

Se hace necesario buscar vías alternativas para la presentación de los contenidos a partir de situaciones y actividades que representen un sentido significativo para el estudiante; estos permitirán generar conjeturas, analizarlas con sus compañeros y poner en juego de manera consciente los conocimientos adquiridos con anterioridad.

En la etapa simbólica se busca que los estudiantes representen simbólicamente los temas conceptualizados. Al respecto Godino (2004) afirma que:

Existen representaciones mentales, conjunto de

imágenes, conceptos, nociones, ideas, creencias, concepciones que un individuo puede tener sobre un objeto, sobre una situación y sobre aquello que les está asociado. "Permiten una mirada del objeto en ausencia total de significante perceptible". Las representaciones mentales están ligadas a la interiorización de representaciones externas, de la misma manera que las imágenes mentales lo están a una interiorización de los preceptos.

Por último los estudiantes se enfrentan a situaciones problemáticas donde después de haber conceptualizado dan solución matemática a la situación presentada. Según Godino (2004):

En la resolución de problemas matemáticos, los estudiantes deberán adquirir modos de pensamiento adecuados, hábitos de persistencia, curiosidad y confianza ante situaciones no familiares que les serán útiles fuera de la clase de matemáticas. Incluso en la vida diaria y profesional es importante ser un buen resolutor de problemas. Cuando los estudiantes pueden conectar las ideas matemáticas entre sí, con las aplicaciones a otras áreas, y en contextos de su propio interés, la comprensión matemática es más profunda y duradera. Se puede postular que sin conexión no hay comprensión, o ésta comprensión es débil y deficiente. Mediante una instrucción que enfatiza las interrelaciones entre las ideas matemáticas, los estudiantes no sólo aprenden matemáticas, sino que también aprecian la utilidad de las matemáticas.

La población objeto de estudio se definió por los grupos de sexto grado de Instituciones Educativas del Departamento del Quindío, la muestra fue de 6 colegios oficiales, correspondientes a los municipios: Armenia, Calarcá, Montenegro, Circasia, Tebaida y Córdoba. Se indagó a los docentes de grado sexto de dichas instituciones qué tipo de estrategias utilizan en la enseñanza de las operaciones con números decimales; posteriormente se seleccionó el grupo experimental y el grupo control en las seis Instituciones Educativas escogidas en la muestra; se diseñó y se aplicó al grupo control y al grupo experimental el pre-test el cual consta de un cuestionario de 14 preguntas algunas de selección múltiple con única respuesta y otras de respuesta abierta, para conocer los conceptos previos que tenían los estudiantes acerca de los números decimales, las operaciones entre ellos y problemas de aplicación. Se calificaron los cuestionarios

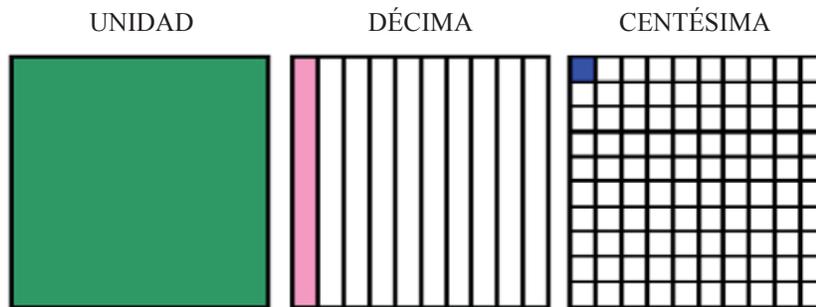
se procesaron los resultados en el paquete estadístico statgraphics y se analizaron los resultados con el fin de establecer condiciones de homogeneidad en los grupos objeto de investigación. Es importante tener en cuenta que los grupos que ingresaron tenían condiciones homogéneas en términos de los presupuestos teóricos con que contaban al inicio de la ejecución del proyecto de investigación, para tener mayor eficiencia en las pruebas y actividades que se realizaron para alcanzar los objetivos propuestos en la investigación.

Las etapas que se desarrollaron en la investigación fueron las siguientes:

1. Indagar con profesores de básica secundaria qué tipo de estrategias utilizan en la enseñanza de las operaciones con números decimales.
2. Definición del grupo experimental y el grupo control.
3. Aplicar al grupo control y al grupo experimental el pre-test para conocer los conceptos previos que tienen los estudiantes acerca de las operaciones con números decimales, el cual fue calificado con una escala de (0-5)
4. Establecer las condiciones de homogeneidad en los grupos objeto de la investigación.

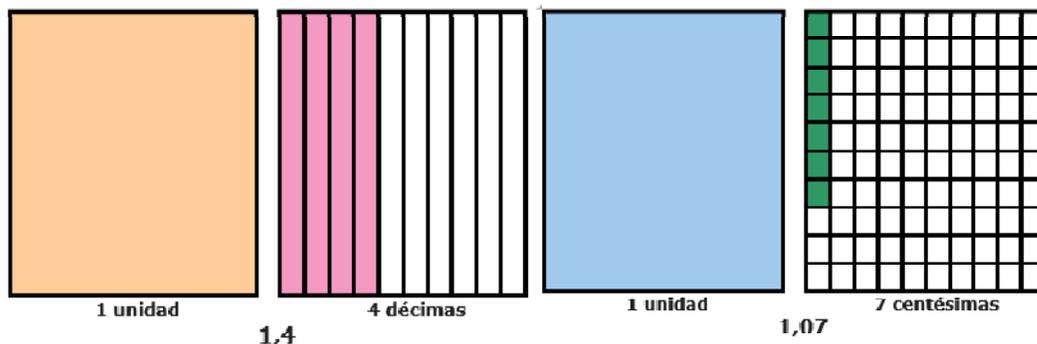
5. Desarrollar en el grupo control, el tema de las operaciones con números decimales, siguiendo el modelo tradicional.
6. Implementar en el grupo experimental las estrategias didácticas aplicadas sobre la base del desarrollo del pensamiento matemático en la comprensión de las operaciones con números decimales.
7. Hacer seguimiento continuo de los avances y logros alcanzados por cada uno de los implicados en el proyecto (profesores, estudiantes).
8. Comparar los resultados obtenidos en la prueba diagnóstica y los resultados finales de la implementación, mediante un pos-test que involucre problemas de aplicación de las operaciones con números decimales.
9. Aplicar la prueba t-student para establecer las diferencias entre los grupos comparados.
10. Tabulación e interpretación de los resultados obtenidos.
11. Discusión.
12. Conclusiones.

Para el desarrollo de la estrategia se utilizó el material descrito a continuación, construido por los estudiantes en hojas cuadrículadas.



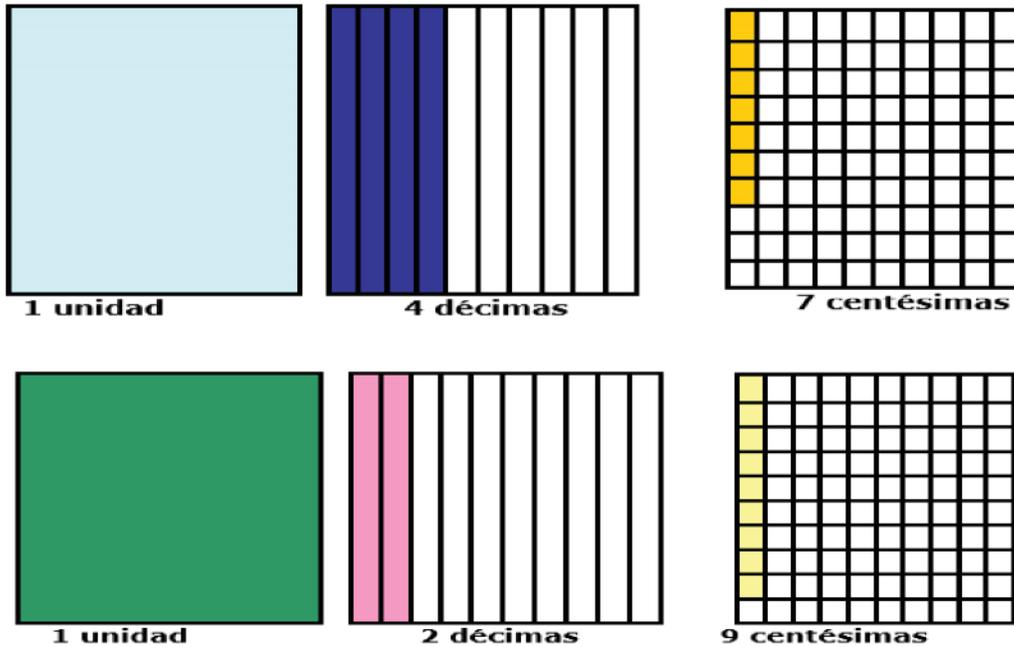
Posteriormente, utilizando el material, se implementaron los conceptos propuestos a través de las siguientes actividades:

- **Representación gráfica y relaciones de orden:** Para esta actividad se representan los números decimales y se ordenan de mayor a menor.

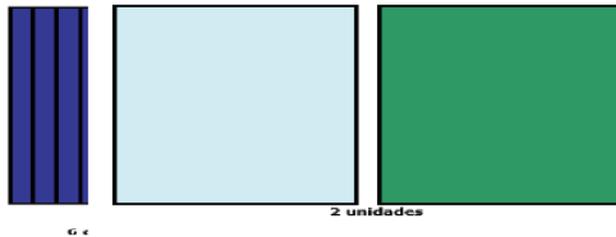


Graficamente se observa que: $1,07 < 1,4$

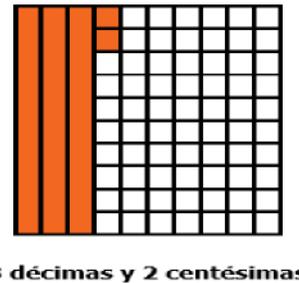
- **Adición de números decimales:** Se trabajó el tema de adición de números decimales en forma concreta o gráfica y posteriormente en forma simbólica. Por ejemplo se representan los números 1,47 y 1,29.



Y se realiza la suma gráficamente:



Y se realiza la diferencia gráficamente:



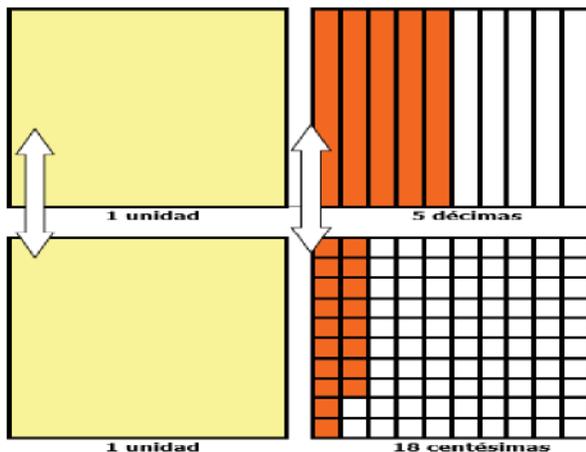
Posteriormente se hace la suma en forma simbólica:

$$\begin{array}{r} 1,47 \\ + 1,29 \\ \hline 2,76 \end{array}$$

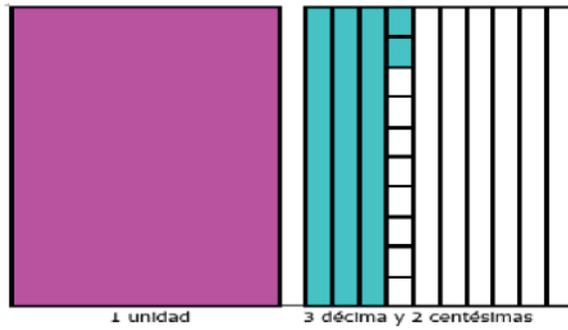
Seguidamente, se realiza la diferencia en forma simbólica:

$$\begin{array}{r} 1,50 \\ - 1,18 \\ \hline 0,32 \end{array}$$

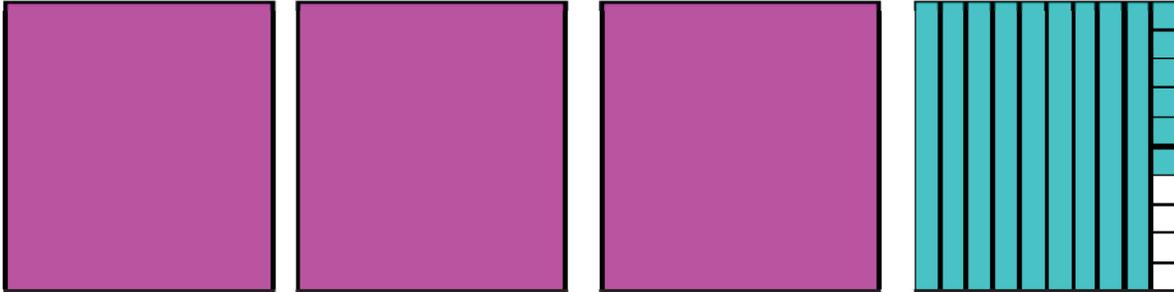
- **Diferencia de números decimales:** Se orientó la sustracción de números decimales en forma gráfica y posteriormente en forma simbólica. Por ejemplo se representan el número 1,5 y 1,18.



- **Multiplicación de números decimales:** se trabajó el concepto de multiplicación de números decimales en forma gráfica y posteriormente en forma simbólica. Para ello, por ejemplo se efectuó gráficamente la multiplicación 1,32 x 3. Inicialmente se representa 1,32



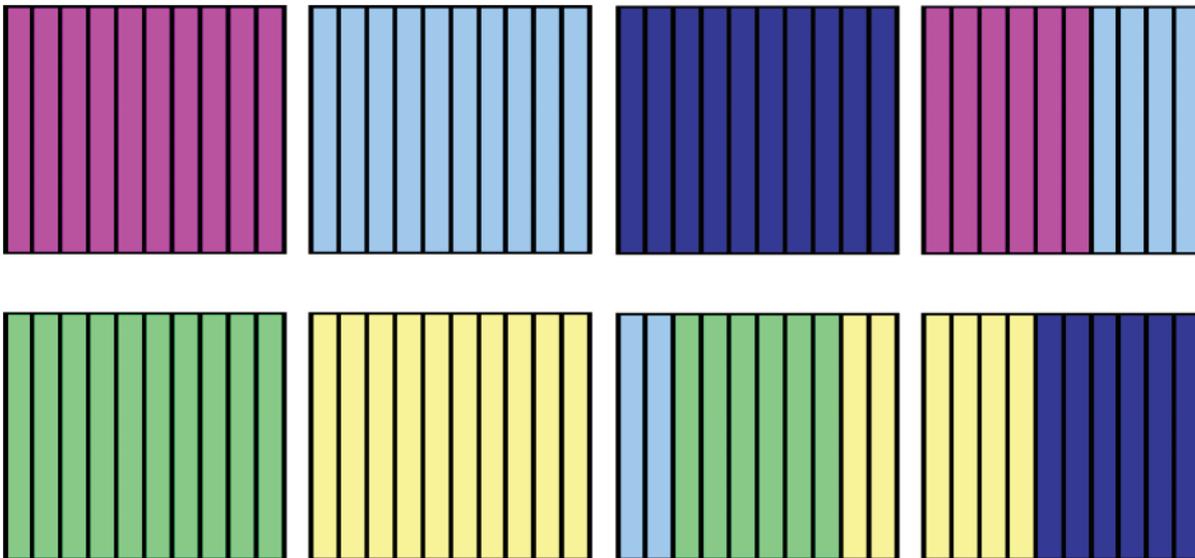
Al multiplicar $1,32 \times 3$ se obtuvo 3 unidades, 9 décimas y 6 centésimas



Luego se realizó la multiplicación en forma simbólica:

$$\begin{array}{r} 1,32 \\ \times 3 \\ \hline 3,96 \end{array}$$

- **División de números decimales:** Se enseñó a dividir números decimales en forma gráfica y posteriormente en forma simbólica. Por ejemplo para hacer la división $8 \div 1,6$, se representa 8 unidades y posteriormente se divide en partes de 1,6.



Al dividir 8 entre 1,6 se obtienen 5 representaciones de una unidad y 6 décimas.

Luego se realizó división en forma simbólica:

$$\begin{array}{r} 8 \overline{) 1,6} \\ 0 \overline{) 16} \\ \underline{0} \end{array}$$

- **Problemas de aplicación:** se trabajaron diferentes problemas donde se involucraran las cuatro operaciones con números decimales. A continuación se muestra un ejemplo.

PRODUCTO	PRECIO NORMAL	DESCUENTO	TOTAL
	\$ 60500,5	\$ 805,43	
	\$77345,2		\$85900,45
	\$34800,2		Mitad de precio

RESULTADOS Y DISCUSIÓN

Para determinar el tamaño de la muestra se tuvo en cuenta que en el departamento del Quindío hay 86 instituciones oficiales y aplicando la siguiente fórmula se obtuvo:

$$n = \frac{Z^2 \sigma^2 N}{Z^2 \sigma^2 N + (N - 1) e^2} = \frac{1.96^2 * 0.25 * 86}{(1.96^2) * 0.25 + (85)^2} = 5.67 \approx 6$$

Con un nivel de confianza del 95% y un error de muestreo de 0.4, se trabajó con 6 colegios oficiales del departamento del Quindío, en cada colegio se seleccionó el grupo control y el grupo experimental.

Se aplicó el pretest a los estudiantes de cada grupo, luego se desarrolló la estrategia didáctica en el grupo experimental y la estrategia tradicional en el grupo control y por último se aplicó el postest a cada grupo. Para el análisis de estos resultados se utilizó como apoyo el paquete estadístico Statgraphics, en el que se aplicó la prueba t- student para comparar dos muestras de donde se obtienen los resultados para diagnosticar a través de un pretest el estado real de los estudiantes del grado sexto de las instituciones educativas oficiales del departamento del Quindío, en lo relacionado con las operaciones con números decimales y comparar el nivel de conocimiento alcanzado por los estudiantes después del desarrollo de la estrategia didáctica.

A continuación se presentan los estadísticos utilizados en las pruebas

	MEDIA ARITMÉTICA	PRETEST	POSTEST
GRUPO CONTROL		1.39	1.96
GRUPO EXPERIMENTAL		1.51	2.54
	MEDIANA	PRETEST	POSTEST
GRUPO CONTROL		1.11	1.83
GRUPO EXPERIMENTAL		1.41	2.38

RESULTADOS PRUEBA t-STUDENT PARA COMPARAR LAS MEDIAS		
PRETEST EXPERIMENTAL-PRETEST CONTROL	0,197915	NO SIGNIFICATIVO
PRETEST CONTROL-POSTEST CONTROL	3,125E-08	SIGNIFICATIVO
PRETEST EXPERIMENTAL-POSTEST EXPERIMENTAL	0	SIGNIFICATIVO
POSTEST EXPERIMENTAL-POSTEST CONTROL	1,917E-09	SIGNIFICATIVO

PRUEBA DE HOMOGENEIDAD

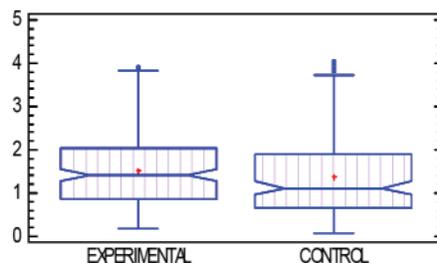


Figura 1.

En el diagrama de cajas se observa la homogeneidad de los resultados del pre-test. El 50% de los estudiantes del grupo control obtuvo notas por debajo del 1.25 y 50% de los estudiantes del grupo experimental obtuvo notas por debajo del 1.08; así mismo, se observa la homogeneidad de los resultados del pre-test. El 50% de los estudiantes del grupo control obtuvo notas por debajo del 1.11 y 50% de los estudiantes del grupo experimental obtuvo notas por debajo del 1.41.

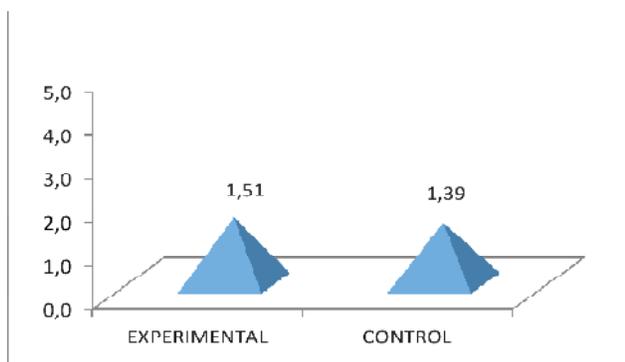


Figura 2: Comparación promedios pretest

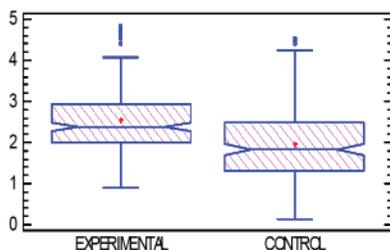


Figura 3

En el diagrama de cajas se observa la heterogeneidad de los resultados del postest en el grupo control y en el grupo experimental. El 50% de los estudiantes del grupo control obtuvo notas por debajo del 2.21 y 50% de los estudiantes del grupo experimental obtuvo notas por debajo del 3.19.

En el diagrama de cajas observa la heterogeneidad de los resultados del postest. El 50% de los estudiantes del grupo control obtuvo notas por debajo del 1.83 y 50% de los estudiantes del grupo experimental obtuvo notas por debajo del 2.38.

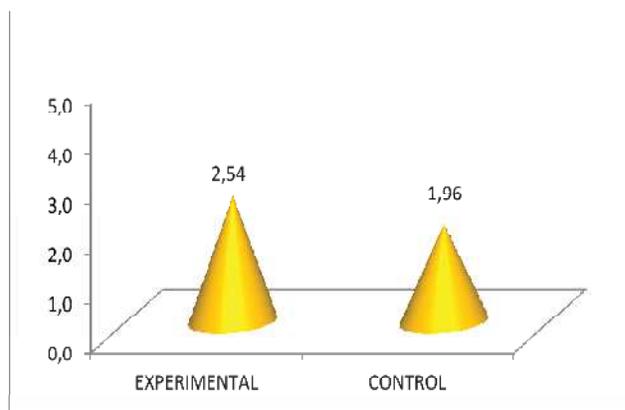


Figura 4: Comparación promedios del postest

En la prueba t-student realizada para comparar los resultados del postest del grupo experimental y del grupo control se observa que a un nivel de confianza del 95%, existe diferencia significativa entre los promedios de los grupos.

DISCUSIÓN

Como se evidencia en el análisis estadístico, los estudiantes del grupo control³ tuvieron algunos avances con respecto a su desempeño en el postest, pero no en la misma medida que los estudiantes del grupo experimental. Esto indica que a los estudiantes de grupo control les faltó mayor comprensión de los temas, lo que limitó su desempeño. Por otro lado los estudiantes manifestaron una actitud de memorizar la información. Según Moreno y Ríos (2006), algunos docentes limitan su acción educativa a repetir los conceptos matemáticos tal como aparecen en los libros de texto o en la misma forma en que le fueron enseñados, reduciendo sus clases a una algoritmización de los conceptos matemáticos que los estudiantes contemplan, memorizan y repiten en los exámenes. Así mismo Ausubel (1983, p. 37) plantea que el aprendizaje repetitivo, contrariamente al aprendizaje significativo, se produce cuando se hacen asociaciones arbitrarias, al pie de la letra, el estudiante manifiesta una actitud de memorizar la información, el estudiante no tiene conocimientos previos pertinentes o no los “encuentra”, es decir no existen subsunores adecuados, de tal forma que la nueva información es almacenada arbitrariamente, sin interactuar con conocimientos pre-existentes, esta nueva información es incorporada a la estructura cognitiva de manera literal

³ En el grupo control, se desarrolló el tema de las operaciones con números decimales, siguiendo el modelo tradicional, la cual fue dirigida por el docente titular

y arbitraria puesto que consta de puras asociaciones arbitrarias, "el estudiante carece de conocimientos previos relevantes y necesarios para hacer que la tarea de aprendizaje sea potencialmente significativo" (independientemente de la cantidad de significado potencial que la tarea tenga).

En la resolución de problemas se evidenció que los estudiantes de ambos grupos tenían dificultades en la comprensión lectora, ya que no identificaban claramente las operaciones que debían realizar para resolver el problema, lo que conllevó a resultados incorrectos. Aunque el grupo experimental, al cual se le aplicó la estrategia didáctica orientada desde las etapas real o concreta, gráfica y simbólica, obtuvo mejores resultados con respecto al grupo control. Según Guerrero (2005):

Buena parte de los errores en la resolución de problemas, lo constituye la dificultad de comprensión lectora e interpretación de situaciones por parte del alumno. Es usual pretender facilitar todo al

alumno, disminuyendo su esfuerzo y por ende su aprendizaje. Al contrario de lo que se debería pensar, el hecho de presentar un problema donde se requiera un esfuerzo adicional y la inversión extra de tiempo, no produce tales efectos en el alumno, esto por falta de hábitos en esforzarse para conseguir sus propias metas y por falta de motivación externa en la mayoría de los casos. El desarrollo de habilidades, destrezas y agilidad mental debe ser planteado como elemento dinamizador y fundamental de la actividad docente y de la motivación del alumno, tanto en matemáticas, como en todas las asignaturas.

A continuación se muestra el ejemplo de un estudiante que en el pretest resolvió en forma incorrecta los cuatro problemas de aplicación por falta de comprensión lectora, ya que no identificaba adecuadamente las operaciones a realizar en cada problema, además de realizar mal las operaciones propuestas y en el posttest sólo resolvió bien el problema 13, realizando en forma adecuada la división, se sigue presentando dificultad en la comprensión lectora.

DESEMPEÑO EN EL PRETEST	DESEMPEÑO EN EL POSTEST
<p>11. La altura de una persona es 1,65 m. Si la altura de una torre es 23 veces la altura de la persona menos 1,75 m, cuál es la altura de la torre?</p> <p>12. Un parque rectangular tiene de largo 18,7 m y de ancho 15,5 m, cuál es el área del parque? Y cuánto alambre se necesita para cercar el parque?</p> <p>13. Helén tiene un perro que come 43,75 kg de concentrado en la semana, si cada día come la misma cantidad cuánto concentrado comió el perro diario?</p> <p>14. En una carrera de 3000 metros, la persona que llegó en el primer lugar empleó 25,6 minutos y el que ocupó la quinta posición empleó un tiempo de 33,56 minutos. ¿qué tiempo empleó demás y que ocupó la quinta posición?</p>	<p>11. La altura de una persona es 1,65 m. Si la altura de una torre es 23 veces la altura de la persona menos 1,75 m, cuál es la altura de la torre?</p> <p>12. Un parque rectangular tiene de largo 18,7 m y de ancho 15,5 m, cuál es el área del parque? Y cuánto alambre se necesita para cercar el parque?</p> <p>13. Helén tiene un perro que come 43,75 kg de concentrado en la semana, si cada día come la misma cantidad cuánto concentrado comió el perro diario?</p> <p>14. En una carrera de 3000 metros, la persona que llegó en el primer lugar empleó 25,6 minutos y el que ocupó la quinta posición empleó un tiempo de 33,56 minutos. ¿qué tiempo empleó demás y que ocupó la quinta posición?</p>
<p>11 = $\begin{array}{r} 165 \\ + 175 \\ \hline 340 \end{array}$ R/ la altura de la torre sería de 340 metros.</p> <p>12 = $\begin{array}{r} 18,7 \\ + 15,5 \\ \hline 34,2 \end{array}$ R/ el perímetro del parque es de 34,2 metros.</p> <p>13 = $\begin{array}{r} 43 \\ \hline 11,8 \end{array}$ R/ concentrado comió 11,8 kilogramos.</p> <p>14 = $\begin{array}{r} 25,6 \\ + 33,56 \\ \hline 59,16 \end{array}$ R/ 59,16 empleó</p>	<p>11 = $\begin{array}{r} 165 \\ + 175 \\ \hline 340 \end{array}$ R/ la altura de la torre es de 340 metros.</p> <p>12 = $\begin{array}{r} 18,7 \\ + 15,5 \\ \hline 34,2 \end{array}$ R/ el área del parque es de 34,2 y se necesitan 34,2 metros de alambre.</p> <p>13 = $\begin{array}{r} 43,75 \\ \hline 1,7 \\ \hline 25,735 \end{array}$ R/ diario se come 25,735 kg.</p> <p>14 = $\begin{array}{r} 25,6 \\ + 33,56 \\ \hline 59,16 \end{array}$ R/ el tiempo que empleó fue de 59,16 minutos.</p>

Finalmente, al hacer la comparación del desempeño de los estudiantes de ambos grupos en el concepto de número decimal, relaciones de orden y operaciones con números decimales, se evidencia que los estudiantes del grupo experimental mostraron un mayor nivel de conceptualización que los estudiantes del grupo control, lo que indica que la estrategia didáctica desde las etapas real o concreta, gráfica y simbólica fue más eficaz, al lograr mejorar el desarrollo del pensamiento matemático.

CONCLUSIONES

A través de la implementación de la estrategia didáctica orientada desde las etapas real o concreta, gráfica y simbólica, en el campo conceptual de las operaciones con números decimales, se alcanzó el objetivo planteado en la investigación, puesto que se trabajó por etapas de pensamiento (inductivo, deductivo y resolución de problemas) que permitieron evidenciar el desarrollo del pensamiento matemático de los estudiantes y determinar el nivel de comprensión que alcanzaron, medidos a través de preguntas que involucraban las diferentes etapas de la estrategia y a la forma como se enfrentaban a las diferentes actividades propuestas, manifestando con esto la coherencia entre el manejo de conceptos y sus operaciones mentales.

Con la utilización de la estrategia didáctica orientada desde las etapas real o concreta, gráfica y simbólica, se logró que se comprendieran con mayor claridad las temáticas tratadas en el campo conceptual de las operaciones con números decimales en los estudiantes de los grupos experimentales, lo cual se comprobó al comparar los resultados de los pretest y postest aplicados en ambos grupos.

El desarrollo de los temas por etapas en los grupos experimentales, permitió promover en los estudiantes el razonamiento inductivo y deductivo y la resolución de problemas y a su vez determinar el nivel de comprensión que alcanzaron, de acuerdo a la forma como se enfrentaban a las situaciones que se les presentaban. Esto se evidenció en las preguntas 11, 12, 13 y 14 del pretest y postest, en que los estudiantes debían leer en forma comprensiva los problemas para identificar la información suministrada y las operaciones requeridas para dar respuesta a las preguntas. Se obtuvieron los siguientes resultados:

- En la pregunta 11 el 7,74% de los estudiantes del grupo experimental obtuvieron un desempeño satisfactorio en el pretest y el 25,16% en el postest.
- En la pregunta 12 el 2,59% de los estudiantes del grupo experimental obtuvieron un desempeño satisfactorio en el pretest y el 21,39% en el postest.
- En la pregunta 13 el 5,81% de los estudiantes del grupo experimental obtuvieron un desempeño satisfactorio en el pretest y el 16,13% en el postest.
- En la pregunta 14 el 3,87% de los estudiantes del grupo experimental obtuvieron un desempeño satisfactorio en el pretest y el 14,19% en el postest.

La estrategia desde lo real o concreto, lo gráfico y lo simbólico logró generar impacto en el aprendizaje de los estudiantes, ya que comprendieron los temas con mayor claridad, y permitió superar las dificultades encontradas en los estudiantes, los cuales alcanzaron una mayor comprensión de los conceptos y desarrollo del pensamiento matemático, por lo que se sugiere a los docentes de matemáticas utilizar las estrategias desarrolladas en el presente trabajo para dejar atrás el modelo tradicional y a través de éste desarrollar en los estudiantes sus habilidades y gusto por las matemáticas.

BIBLIOGRAFÍA

- Ausubel, D. (1983). *Psicología Educativa. Un punto de vista cognoscitivo*. Trillas 2ª, ed, México.
- Ausubel, D. (1986). *Psicología Educativa. Segunda Edición. Un enfoque cognoscitivo*. Editorial Trillas. México.
- Barderas, S. (2000). *Didáctica de la Matemática*. Editorial La Muralla. Madrid, España
- Bruner, G. (1986). *El procesamiento de la información en el hombre*. Edit. Aguilar. México.
- Cantoral, R., Farfán, R. Cordero, F. Alanís, J.A., Rodríguez, R. A., Garza, A. (2005, 2da. reimpresión) *Desarrollo del pensamiento matemático*. México: Trillas.
- Flórez Ochoa R. (1999) *Evaluación pedagógica y cognición* . Santafé
- Florez, R. (1996). *Pedagogía del conocimiento*. Editorial McGraw Hill. Bogotá. Colombia.
- Gagné. (1985). *Las condiciones del aprendizaje*. Editorial Aguilar. Buenos Aires.
- Godino, Juan, et al (2004), “Didáctica de las matemáticas para docentes”. Proyecto Edumat – Docentes. Universidad de Granada.
- Guerrero, J. (2005). *La comprensión lectora y la resolución de problemas matemáticos en alumnos de sexto grado*. Lima UCV
- Guzmán, M. de. (1993) “Enseñanza de las ciencias y la matemática”.
- López, J. G. (2005) *EquisAngulo: revista electrónica iberoamericana de Educación Matemática*, N°.1 consultado septiembre 20 de 2006. (universia.net/html_bura/ficha/params/id/2097247.html).
- Vásco ,Carlos (1994). “Un nuevo enfoque para la didáctica de las matemáticas”. Volúmen I y II, en *Serie Pedagogía y Currículo*, Ministerio de Educación Nacional. Bogotá.
- Vigotsky L.S. (1987) Presentación a la publicación en el idioma ruso del libro de K. Buhler "Ensayo sobre el desarrollo espiritual del niño". En el libro *La Psicología Evolutiva y Pedagógica en la URSS*. Ed. Progreso, Moscú. Antología.
- Zubiria, M de; Zubiria J de; *fundamentos de pedagogía conceptual: un propuesta curricular par la enseñanza de las ciencias sociales para pensar/ Bogotá, Plaza y Janés editores, Colombia 1987*